第6章 アルゴリズム

アルゴリズムとは？

- ある処理を(効果的に)行う手順を示したもの
  - 高速化やメモリ使用量削減のための試み
  - これまた過去の様々な試みの集大成でもある

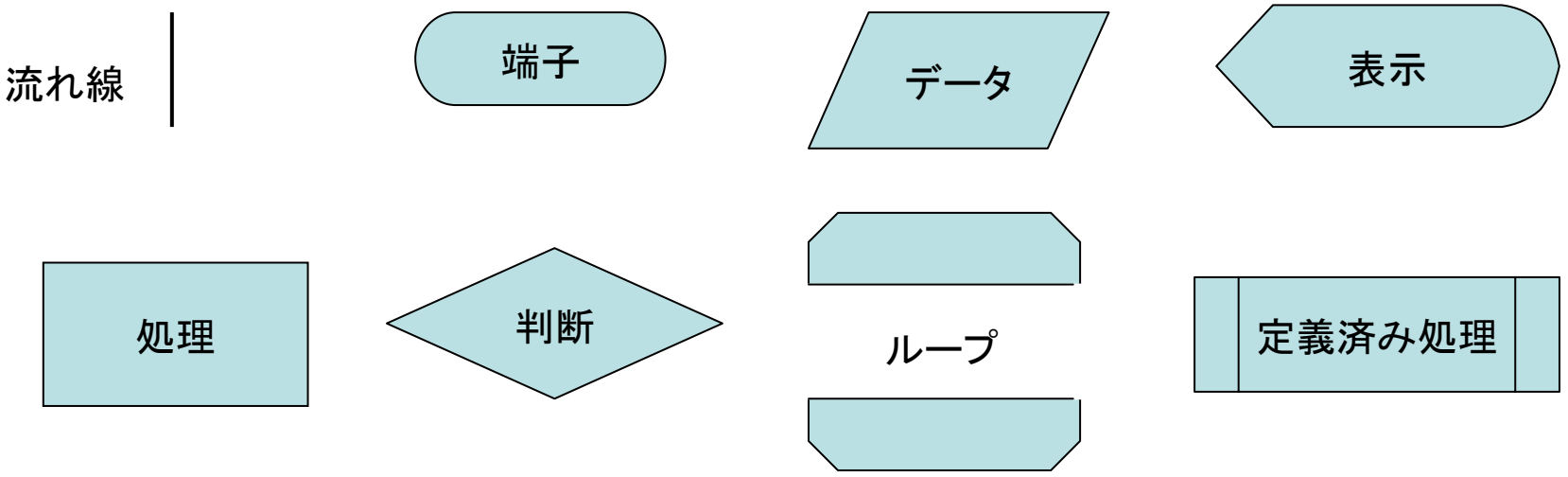
- 特に覚えてもらいたいもの
  - オーダによる計算量／メモリ使用量の見積もり
  - それぞれのアルゴリズム構築の理念

節概要

- フローチャート
- オーダ記法
- ソート
  - バブルソート
  - クイックソート(分割統治法)
  - マージソート
- データ探索アルゴリズム
  - 線形探索
  - 2分探索

フローチャート

- アルゴリズムの表し方の1つ
  - 擬似言語を用いて表すこともある
  - もちろん、プログラミング言語による記述もOK
- JIS X0121と規格化もされている



擬似言語でアルゴリズムを表した例

Algorithm 2: The behavior description of the D flip-flop as the pipeline register in a PSU processor.

Input: The data input D, the reset signal *reset*, the unifying signal U, and the clock signal *clk*.

Output: The data output *out*.

PSU_DFF(D, *out*, *reset*, U, *clk*)

(1) ***define*** *local register* Q

(2) $out \leftarrow (U \,\&\, D) \mid \left(\overline{U} \,\&\, Q\right)$ */* Multiplexor */*

(3) $psu\_clk \leftarrow U \,\&\, clk$

(4) ***always at*** *positive edge of* psu_clk

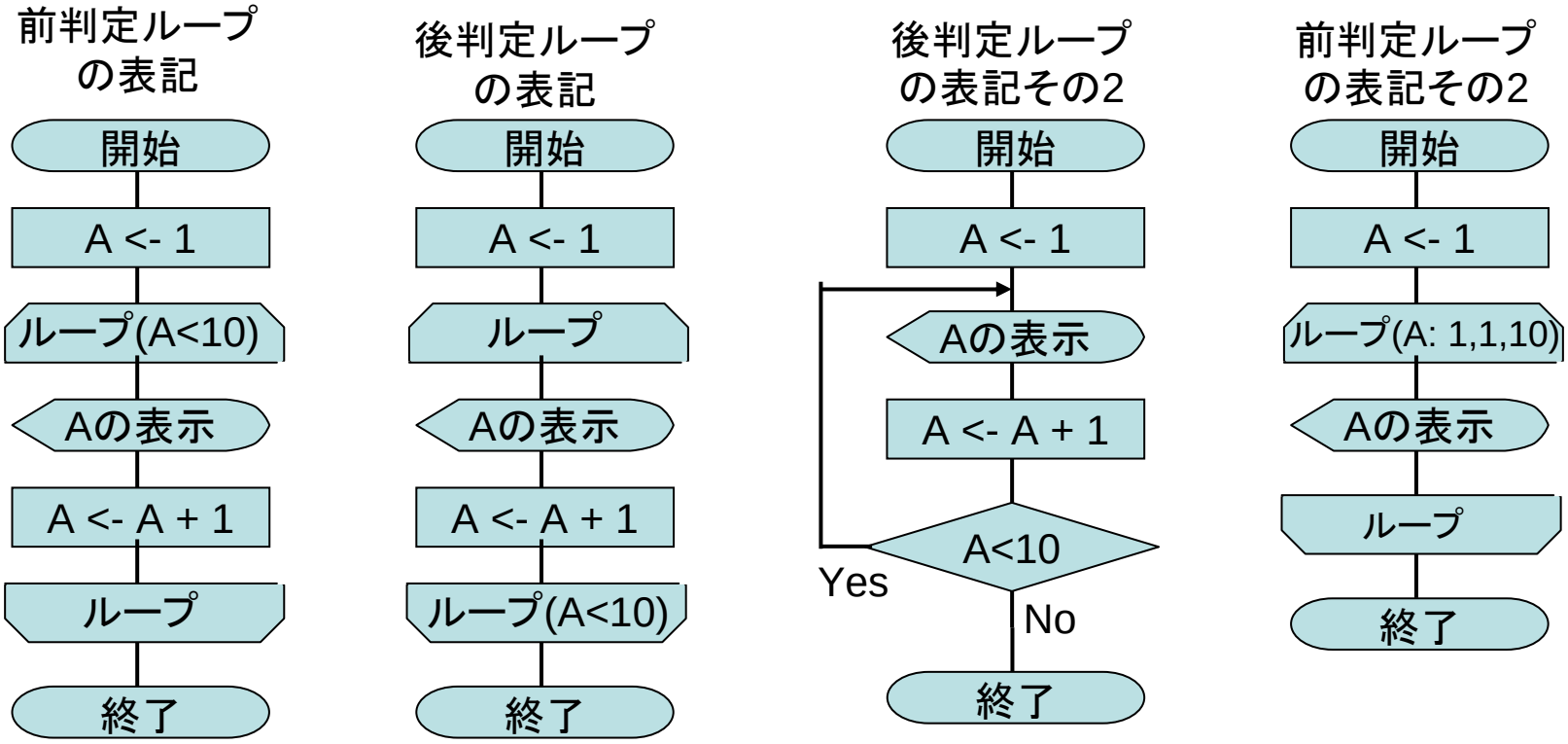
(5) **if** (*reset*) **then** $Q \leftarrow 0$

(6) **else** $Q \leftarrow D$

[Lines (2), (3) and (4–6) work in parallel.]

フローチャートの例

- ループの表記例
- cf. ループには前判定と後判定がある
  - 後判定は必ず1回はループ内を実行

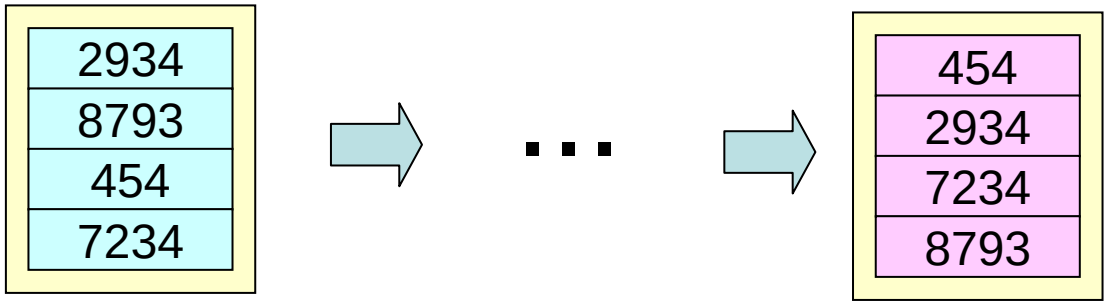


オーダ表記

- アルゴリズムの優劣はどう表す？
  - 計算量(=処理速度)で表す
  - メモリ使用量で表す
  - プログラミングのしやすさで表す
- 計算量やメモリ使用量を表すためにオーダ表記というものがある
  - データ数N(N: 非常に大きい)に対しての計算量
  - 表記には支配的な項のみを残す
    - N^2の項があるならばNの項は無視
    - 定数はNが非常に大きい場合は無視できるので書かない
      - ただし、同じオーダのものを比較する場合は残す場合もある
  - 例：バブルソートが$O(N^2)$、クイックソートが$O(N \log_2 N)$

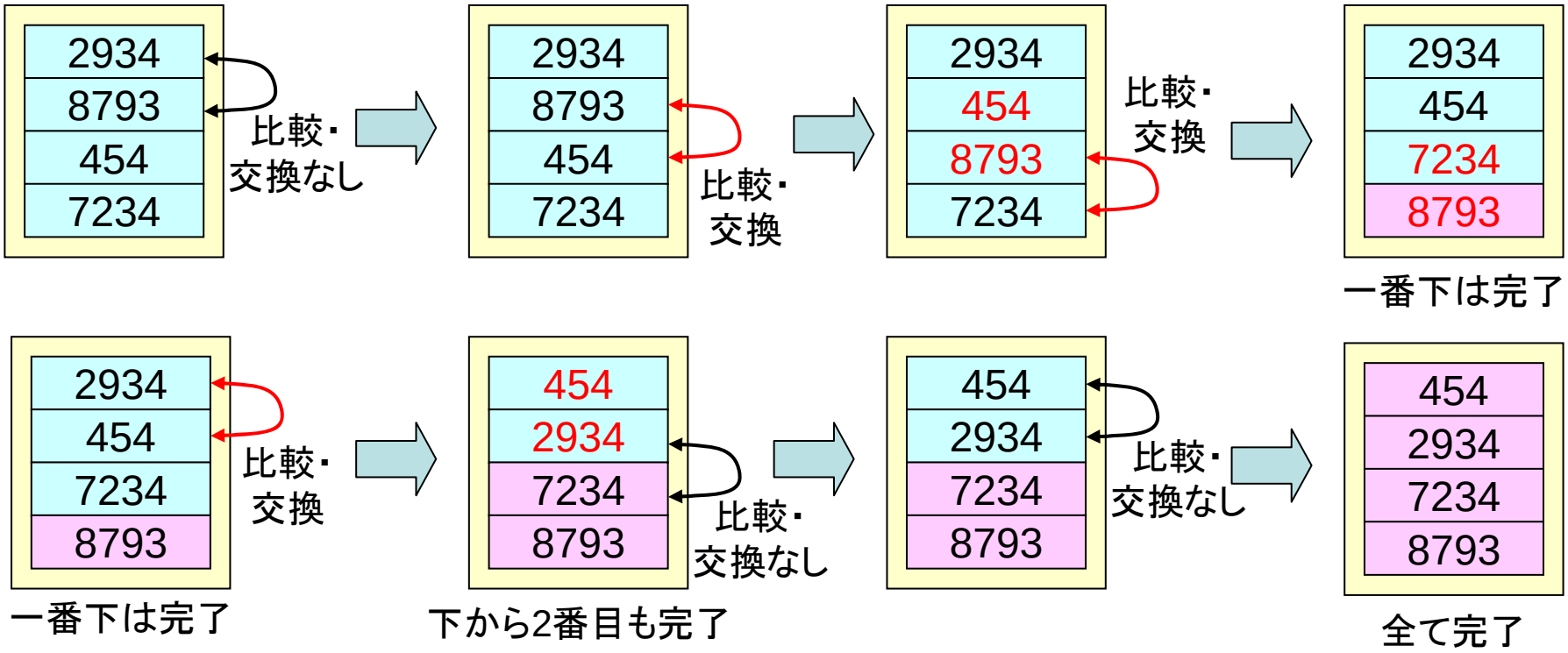
ソートとは？

- ばらばらな順で並んでいるデータを並び替えること
  - 一般的には、数値データの並び替えを対象とする
  - 文字データを数値データと考えれば、文字データの並び替えにもすぐに応用可能



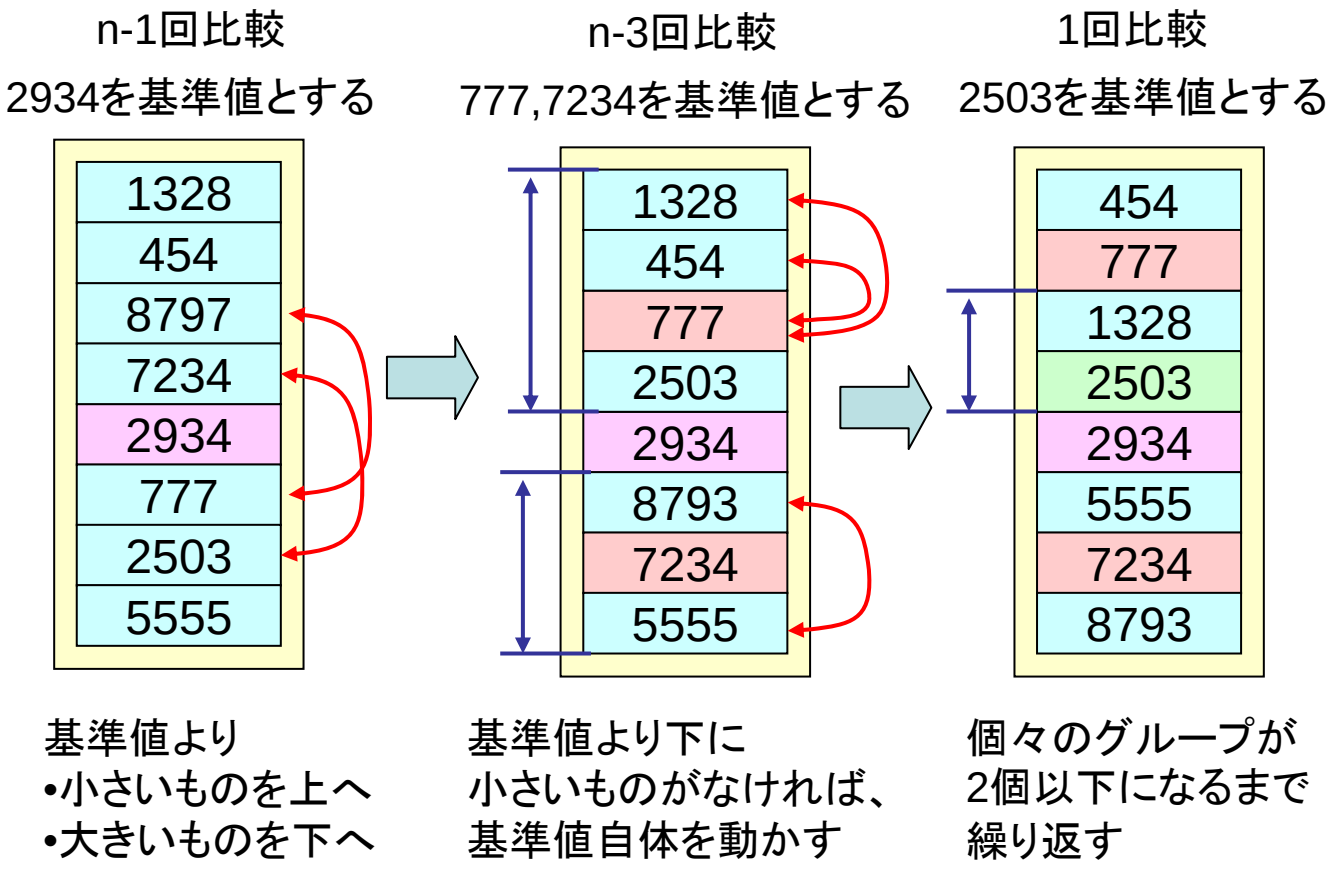
バブルソート

- 前から順番に比較、大きい方を後ろへ交換を繰り返す
  - 下までの比較中に交換が発生しない場合は、整列しているものとして打ち切り可能



クイックソート

- 基準値をもとにデータを比較／入れ替え

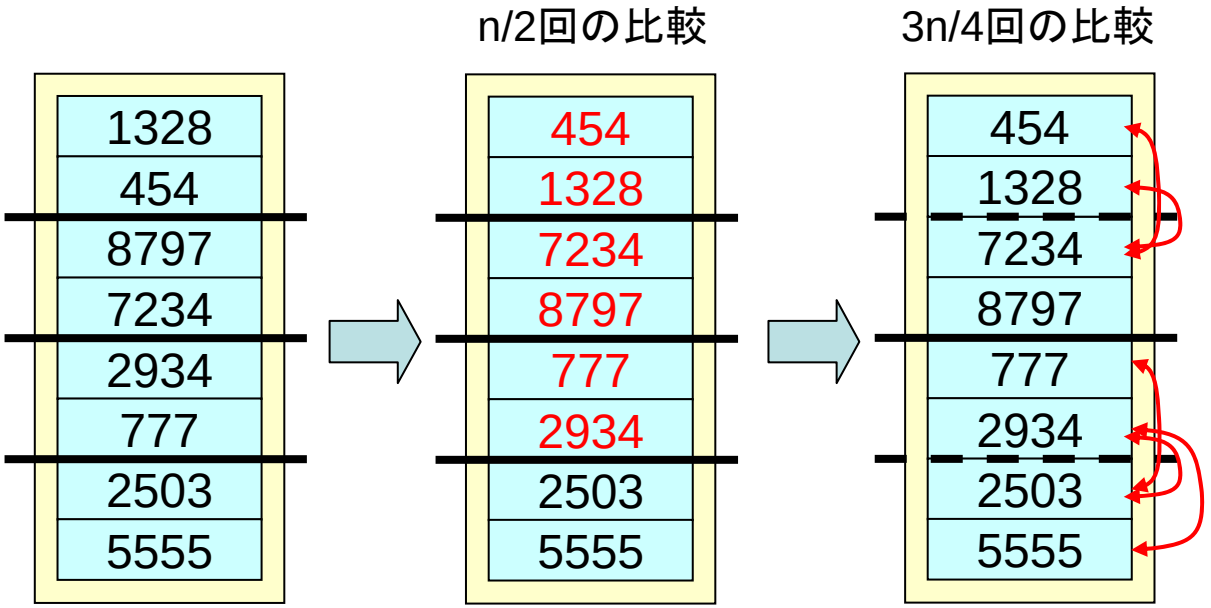


クイックソート関係のtips

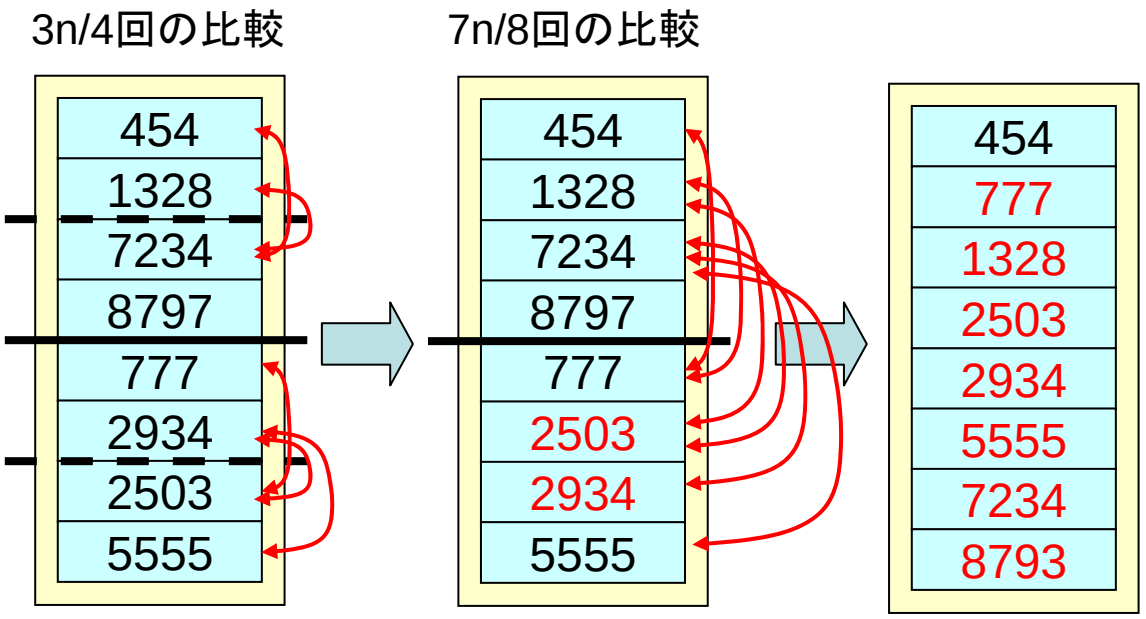
- 分割統治法により比較回数を減らしたり、総ステップ数を減らしたりしている
  - 分割統治法：問題を小さな問題に分割してゆくことで、処理の複雑度を低減させていく手法
  - 基本的に、再帰的な作業に分割して、再帰的な関数呼び出しで実現
- 基準値は中央値が望ましいため、いくつかの値から中央値を取るという方法も使う
- 作業用の空間を別に準備することで、基準値に関する入れ替えを減らすことも可能

マージソート

- 各グループ内の値の数が2個以下になるまで分割
- 各グループ内で値のソート
- 隣接するグループ内の値を先頭同士から比較して並べ替え



マージソート


3n/4回の比較
7n/8回の比較
454
1328
7234
8797
777
2934
2503
5555
454
1328
7234
8797
777
2503
2934
5555
454
777
1328
2503
2934
5555
7234
8793

その他のソート手法

- 挿入法
  - 未ソートのデータに対して、すでにソート済みのデータの中から挿入すべき箇所を特定し、そこに挿入するという作業を続けてゆく方法
  - 挿入は、1つずつ後ろから前に移動させる形を取る
  - 例：２５１４３ -> ２１５４３ -> １２５４３
- 選択法
  - 未ソートのデータの中から最大値／最小値を求めた後、それを対応する場所に格納してゆく方法
  - 例：１４３２５ -> １３２４５

その他のソート手法

- シェルソート
  - 挿入法の改良
  - 適当な間隔hごとのデータを別グループとし、そのグループごとのデータに対して挿入法を適用し、hをせばめてゆくという方法
  - 事前に小さい値を前に持ってくることで、データの移動を削減
  - 例：３６８７１４２９５ -> ２１４３６５７９８ -> １２３４５６７８９
- ヒープソート
  - 最大値／最小値を求めるのに適したデータ構造であるヒープを利用して改良した選択法
  - 最初に未ソートのデータをヒープに登録し、最大値／最小値を取り出して選択法を行う

各ソートアルゴリズムのオーダ

$O(N^2)$　隣接交換法(バブルソート)
$O(N^2)$　挿入法
$O(N^2)$　選択法

$O(N \log_2 N)$　クイックソート
$O(N \log_2 N)$　マージソート
$O(N \log_2 N)$　ヒープソート

$O(N^{3/2})$　シェルソート

演習

- 以下の値にクイックソートを適用する様子を示しなさい

  3, 2, 4, 5, 1

  – 過程は1回の比較／入れ替えごとに示してください

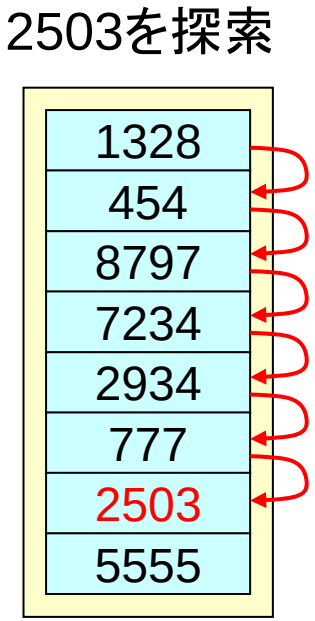
3, 2, 4, 5, 1　4を基準値として、3と4を比較
3, 2, 4, 5, 1　2と4を比較
3, 2, 4, 5, 1　5と4を比較
3, 2, 4, 5, 1　1と4を比較、4より小さいので左に移動を試みる
3, 2, 5, 4, 1　4と5を入れ替えて、4の左に4より大きい交換候補を作る
3, 2, 1, 4, 5　1と5を入れ替える
3, 2, 1, 4, 5　2を新たな基準値として、3と2を比較、3>2なので、2の右に移す対象とする
3, 2, 1, 4, 5　1と2を比較、1<2なので、2の左に移す対象とする
1, 2, 3, 4, 5　1と3を入れ替えて終了

検索アルゴリズム

- 配列を使うもの
  - 線形探索
  - 2分探索
- 木構造を使うもの
  - 特に(バランス)2分木
- (グラフ構造を使うもの)

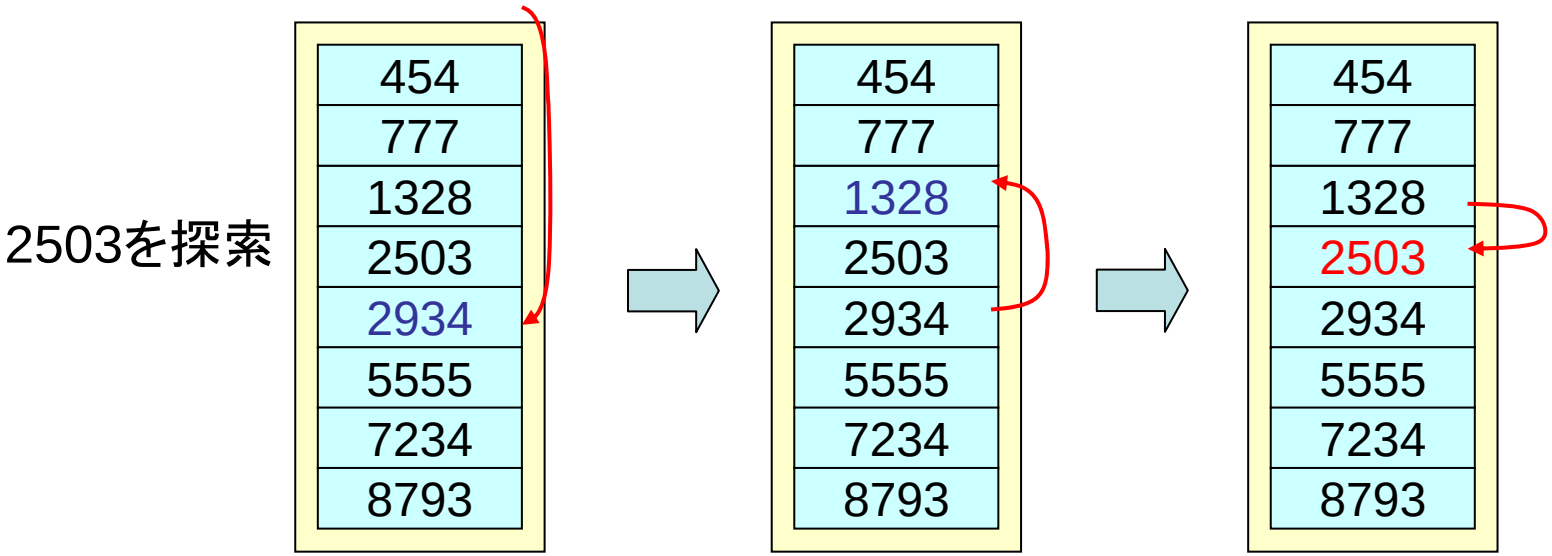
線形探索

- 配列の先頭から順番に探索
- オーダはO(N)



2分探索

- 分割統治法による探索
- データはあらかじめソートしておく
- 配列の中間点より探索を開始
  - 求める値が小さければ、前半分の未探索部の探索
  - 求める値が大きれば、後半分の未探索部の探索
- オーダはO($\log_2$ N)



6章のまとめ

- アルゴリズムはフローチャート等を利用して記述できる
- アルゴリズムの優劣の表し方として、オーダ記法がある
- ソートや探索アルゴリズムは複数あり、それぞれにアルゴリズム設計理念がある

中間試験について

- 問題数は8問
  - スライド内演習と同程度が6問
  - スライド内演習＋αの難易度が2問
- 資料持ち込みは可能です
  - ただし、検索は自力でやって下さい
    - 外部の検索機能は使ってはいけません
    - 自分で索引を作るのはOK